ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ АПК МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В MATHCAD

Э.Ф. Мурзина, к. социол. н., доцент
ФГБОУ ВО Башкирский ГАУ, Россия, г. Уфа

Аннотация. Рассмотрена методика построения математической модели некоторых рабочих процессов агропромышленного комплекса, показано подробное решение в математическом пакете Mathcad.

Ключевые слова: математическая модель, задачи оптимизации, линейное программирование, пакет Mathcad.

Описание любого рабочего (технологического) процесса сводится к математическому моделированию, т.е. построению некого формализованного представления (модели) данного процесса с использованием алгоритмов, математических выражений, операций, функций и др. Основной целью является провести анализ, прогноз и оптимизацию сложного рабочего процесса на основе упрощенной математической модели.

Математические модели базируются на математическом описании объекта (процесса), которое включает в себя взаимосвязи различных параметров исследуемого объекта или процесса. Связи представляются в виде некоторой функции, имеющей разные формы: явная или неявная функция, вектор-функция или дифференциальное уравнение, вероятностное описание или оптимизационная задача и т.д.

После построения математической модели процесса, т.е. построения математической постановки вопроса, происходит разработка алгоритма целочисленного решения задачи [1, с. 34]. В современных условиях цифровизации и развития информационного обеспечения, данный пункт заменяется на «разработка программного обеспечения» для реализации математической модели поставленной задачи.

Далее, после проведения всех вычислений, делается вывод о модели, интерпретируются результаты и осуществляется логическое подведение итогов об исследуемом рабочем процессе.

Перечисленные этапы можно изобразить схематично (рис. 1):

Рис. 1 Основные этапы математического моделирования

Рассмотрим две задачи оптимизации, предлагаемые обучающимся аграрного университета в рамках изучения математических дисциплин, в которых опробуем описанный выше цикл математического моделирования с подробным решением в пакете Mathcad.

Первая рассматриваемая задача – об рациональном использовании ресурсов. В инженерной практике часто сталкиваются с такой задачей: 15-ти метровую балку необходимо распилить на 3 части так, чтобы на полученных элементах, как на сторонах, построить прямоугольной формы хранилище наибольшего объема.

Пусть $x, y, 15 - x - y$ искомые части балки. Тогда $V(x, y) = xy(15 - x - y)$ – объем хранилища, будет нашей целевой функцией, максимум которого нужно найти при условии $x > 0, y > 0$. Математическая модель поставленной задачи:

$$\begin{cases} V(x, y) = xy(15 - x - y) \to max \\ x > 0, y > 0 \end{cases}$$

Решение данной задачи было реализовано в математическом пакете Mathcad, позволяющий вести расчеты как численно, так и с помощью встроенных функций. В данном случае была применена встроенная функция Maximize (рис. 2).

$a := 15$ - длина балки

$V(x, y) := x \cdot y \cdot (a - x - y)$ - целевая функция (объем хранилища)

$x := 0.1 \quad y := 0.1$ - начальные значения параметров

Giver

$t := \mathrm{Maximize}(V, x, y)$ - встроенная функция (нахождение максимального значения)

$$t = \begin{pmatrix} 5.0 \\ 5.0 \end{pmatrix}$$

$V(t_0, t_1) = 125$ - наибольший объем хранилища

Рис. 2 Протокол программы нахождения объема хранилища в Mathcad

Расчеты показали, что балку необходимо распилить на три равные части по 5 м каждый и тогда наибольший объем прямоугольного хранилища построенного на частях балки как на сторонах, будет равным 125 куб. м.

Вторая задача оптимизации – задача о диете, об оптимизации сбалансированного набора продуктов, имеющих минимальную стоимость. В животноводстве при кормлении КРС составляется дневной рацион [2, с. 113]. В нашем случае рассматривается корзина из трех видом корма: сена, силоса и белково-витаминно-минерального комплекса (БВМ), есть ограничения в запасах (20, 25 и 10 кг в расчете на один рацион) и в балансе пищевой ценности продуктов (дневной рацион должен содержать не менее 20 кормовых единиц, не менее 2000 г белка и не менее 100 г кальция). Нужно составить минимально затратный по себестоимости сбалансированный дневной рацион для КРС.

Таблица 1

Показатели питательности кормов

Вид корма	Содержание в 1 кг			Себестоимость 1 кг корма, руб.
	Корм единиц	Белок, г	Кальций, г	
Сено	0,5	40	5	4
Силос	0,2	10	4	5
БВМ	1,0	200	8	10

Построим математическую модель. Пусть x_1, x_2, x_3 – количество корма (сена, силоса и БВМ-комплекса соответственно), составляющие дневной рацион КРС. Тогда себестоимость рациона $L(x)$ будет иметь вид: $L(x) = 4x_1 + 5x_2 + 10x_3$. Используя ограничительные условия имеем математическую модель

$$L(x) = 4x_1 + 5x_2 + 10x_3 \to min$$

$$\begin{cases} 0.5x_1 + 0.2x_2 + x_3 \ \geq 20 \\ 40x_1 + 10x_2 + 200x_3 \ \geq 2000 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \ \geq 100 \\ x_1 \geq 0, \ \ x_2 \geq 0, \ \ x_3 \geq 0 \end{cases},$$

Это задача линейного программирования [3, с. 123], которая может быть решена несколькими способами: графическим и симплексным методами. Мы рассмотрим решение в среде Mathcad с помощью встроенной функции (рис. 3).

ORIGIN := 1

$x_1 := 0 \quad x_2 := 0 \quad x_3 := 0$ - начальные условия и целевая функция

$L(x) := 2x_1 + x_2 + 4x_3$

Giver

$0.5 \cdot x_1 + 0.2 \cdot x_2 + x_3 \geq 20$

$40 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 + 200 \cdot x_3 \geq 2000$ - ограничения на неизвестные величины

$5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 \geq 100$

$x_1 \leq 20 \quad x_2 \leq 25 \quad x_3 \leq 10$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$

x := Minimize(L ,x) - встроенная функция (нахождение минимального значения функции)

$$x = \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$L(x) = 80$

Рис. 3 Протокол программы минимизации затрат в Mathcad

Проведенный анализ показывает, что состав оптимального рациона следующий: силоса требуется 20 кг, сено 0 кг, БВМ комплекса 10 кг. При этом себестоимость рациона будет наименьшей и составит 180 руб в день.

Таким образом, считаем, что математическое моделирование позволяет не только изучать и анализировать сложные рабочие процессы агропромышленного комплекса, прогнозировать результаты течения, но и оптимизировать расходы на глобальные исследования. В то же время, использование обучающимися прикладных программ при решении такого рода задач формируют, несомненно, фундамент цифровой компетенции профессионала будущего.

Литература

1. Арсланбекова С.А., Дик Е.Н. Специфика математического моделирования рабочих процессов [Текст] / С.А. Арсланбекова, Е.Н. Дик // Совершенствование конструкции, эксплуатации и технического сервиса автотракторной и сельскохозяйственной техники. Материалы Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 120-летию со дня рождения Заслуженного деятеля науки БАССР, проф. А.П. Ланге. 2016. С. 34-37.

2. Ахметшина Р.Р., Сагадеева Э.Ф. Экономико-математическое моделирование в животноводстве [Текст] / Р.Р. Ахметшина, Э.Ф. Сагадеева // Молодежь. Образование. Экономика. Сборник научных статей. Башкирский государственный аграрный университет. Уфа, 2018. С. 111-114.

3. Дик Е.Н., Арсланбекова С.А., Багаутдинова И.И. Оптимизация процесса прибыли методом математического программирования. [Текст] / Е.Н. Дик, С.А. Арсланбекова, И.И. Багаутдинова // ОБРАЗОВАНИЕ В РЕГИОНЕ: ПРОБЛЕМЫ И ВЕКТОРЫ РАЗВИТИЯ. Материалы III Всероссийской научно-практической конференции. Уфа, 2023. С. 123-127.